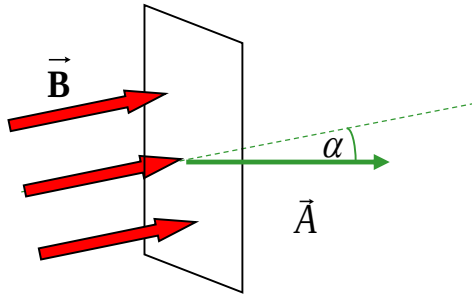


Strumień indukcji magnetycznej

Analogicznie do strumienia pola elektrycznego można zdefiniować **strumień indukcji magnetycznej**. Strumień indukcji magnetycznej jest wartością skalarną proporcjonalną do liczby linii sił pola magnetycznego przenikającego powierzchnię A .



$$\Phi_B = \vec{A} \cdot \vec{B} = A \cdot B \cdot \cos \alpha$$

gdzie B jest indukcją pola magnetycznego na powierzchni, A jest polem powierzchni, a α jest kątem pomiędzy kierunkiem wektora B i wektorem prostopadłym do powierzchni A .

Jednostką strumienia magnetycznego jest Weber: $1\text{Wb}=1\text{T}\cdot 1\text{m}^2$

Prawo Gaussa dla magnetyzmu:

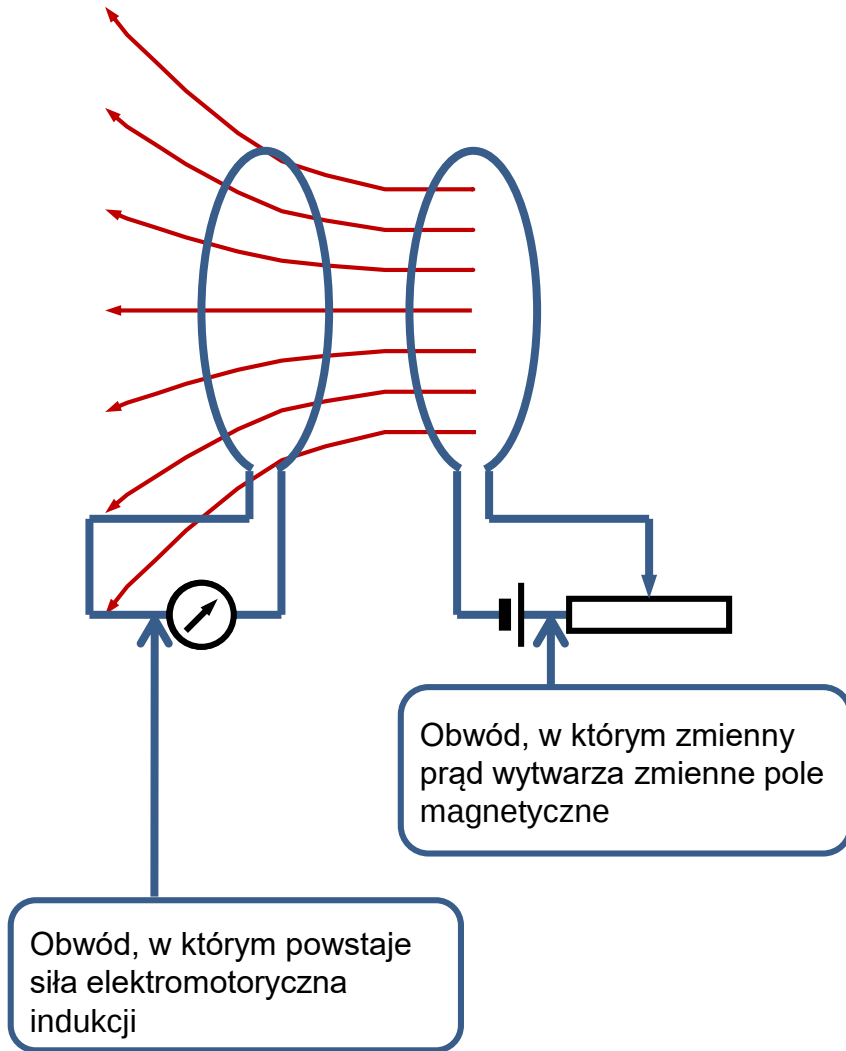
w przeciwieństwie do ładunków elektrycznych ładunki magnetyczne nie istnieją (nie udało się ich odkryć, choć z teoretycznego punktu widzenia jest to możliwe). W związku z tym strumień indukcji pola magnetycznego przez dowolną powierzchnię zamkniętą wynosi zero.

$$\Phi_E = \vec{A} \cdot \vec{E} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$\Phi_B = \vec{A} \cdot \vec{B} = 0$$

Indukcja elektromagnetyczna

Indukcja elektromagnetyczna jest zjawiskiem powstawania siły elektromotorycznej SEM w obwodzie w wyniku zmiany strumienia indukcji magnetycznej przechodzącej przez powierzchnię obejmującą obwód.



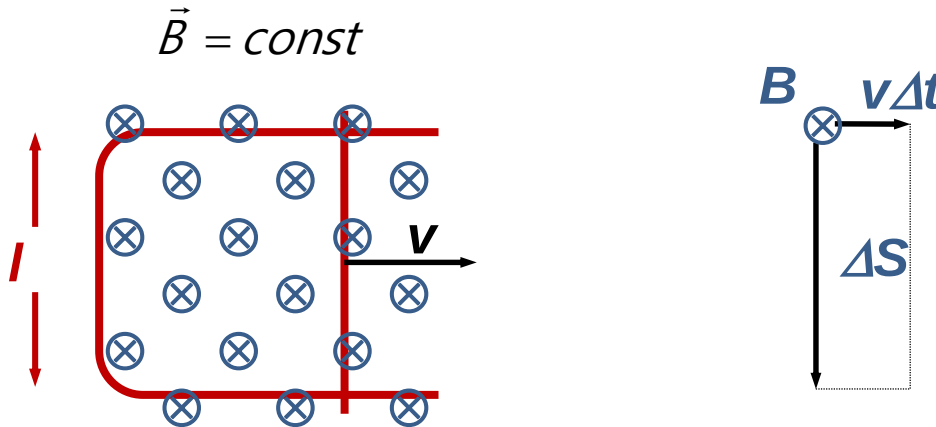
Prawo Faradaya: zmiana w czasie Δt strumienia magnetycznego przez powierzchnię obejmowaną przez obwód ($\Delta \Phi$) powoduje indukowanie prądu w tym obwodzie (powstaje siła elektromotoryczna ε)

$$\mathcal{E}_i = - \frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t}$$

reguła Lenza (przekory): kierunek prądu indukowanego jest taki, że jego pole magnetyczne powoduje przeciwdziałanie zmianom strumienia magnetycznego.

Przykład prawa Faradaya

Metalowy pręt o długości l , zamykający obwód elektryczny, porusza się z prędkością v w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji B prostopadłej do płaszczyzny ekranu.



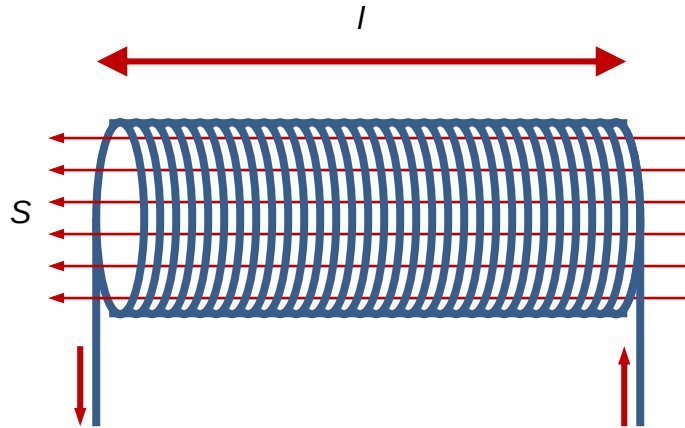
W obwodzie powstanie siła elektromagnetyczna indukcji o wartości:

$$\mathcal{E} = -\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = -\frac{B \cdot \Delta S}{\Delta t} = -\frac{B \cdot v \cdot \Delta t \cdot l}{\Delta t} = -B \cdot v \cdot l$$

Powstanie w obwodzie SEM można wyjaśnić następująco:

Wraz z poruszającym się prętem poruszają się z taką samą prędkością v zawarte w nim elektrony swobodne. Na elektrony działa siła Lorentza: $F = e \cdot B \cdot v$ skierowana wzdłuż pręta. Powoduje to przesuwanie się ładunku wzdłuż pręta i przepływ prądu w obwodzie.

Indukcyjność cewki



L – indukcyjność cewki, jednostką jest henr $1\text{H}=1\text{V}\cdot\text{s}/1\text{A}$

S – pole przekroju cewki

n – liczba zwojów cewki

l – długość cewki

μ - przenikalność magnetyczna ośrodka

μ_0 - przenikalność magnetyczna próżni

V – objętość zajmowana przez cewkę

**Strumień indukcji pola magnetycznego
przepływający przez cewkę:**

$$\Phi_B = Li$$

$$L = \frac{\mu_0 \mu S n^2}{l}$$

Samoindukcja – powstawanie SEM w obwodzie w wyniku zmiany strumienia indukcji magnetycznej, w wyniku zmian natężenia prądu

$$\varepsilon = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

ΔI zmiana natężenia prądu w czasie Δt , ε - SEM samoindukcji. Minus wynika z reguły Lentza.

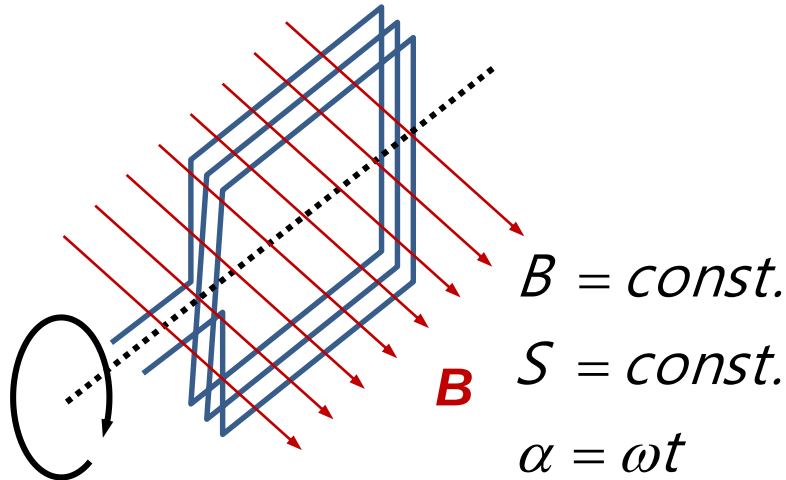
Schemat elektryczny cewki (zwojnicy, selenoidu)



Cewka jest elementem inercyjnym, gromadzi energię w wytwarzanym polu magnetycznym.

$$E_L = \frac{1}{2} Li^2 = \frac{1}{2} V \frac{B^2}{\mu}$$

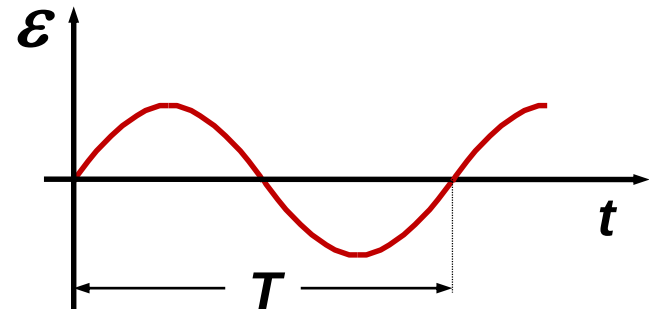
Ramka z prądem w polu magnetycznym



Ramka o stałej powierzchni S obraca się w jednorodnym polu magnetycznym $\mathbf{B}$ z prędkością kątową ω .

$$\Phi_B = BS \cos \alpha = BS \cos \omega t$$

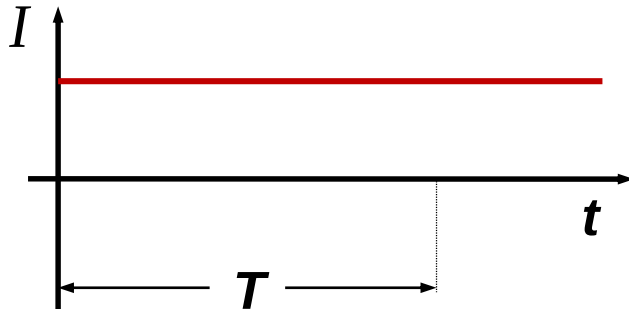
$$\varepsilon = -\frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} = BS \omega \sin \omega t = \varepsilon_0 \sin \omega t$$



W wyniku jednostajnego obrotu ramki w polu magnetycznym zmienia się strumień indukcji magnetycznej przechodzący przez ramkę a tym samym pojawia się okresowa siła elektromotoryczna o okresie równym okresowi obrotu ramki. Taki układ nosi nazwę prądnicy – czyli przekształca energię mechaniczną w energię elektryczną. Ramka podłączona do źródła prądu przemiennego będzie wykonywać obrót w polu magnetycznym – taki układ nosi nazwę silnika elektrycznego. Pole magnetyczne nie wykonuje w żadnym z tych dwóch układów pracy – pracę wykonuje odpowiednio siła mechaniczna bądź siła elektryczna.

Prąd przemienny

Prąd stały – prąd o stałym kierunku i natężeniu, wytwarzany np. przez ogniw galwaniczne.



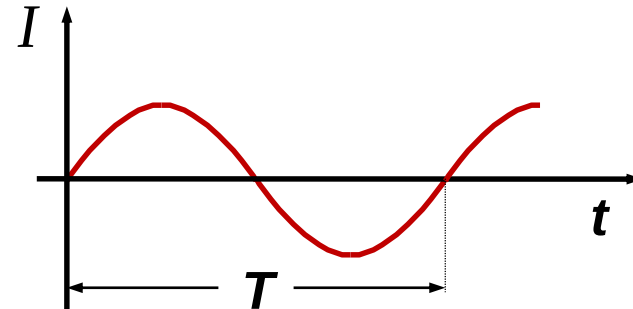
$$I = \text{const}$$

$$\omega = 0$$

$$f = 0$$

$$I_{sk} = I_0$$

Prąd przemienny – prąd, który okresowo mienia kierunek i natężenie, wytwarzany np. przez prądnice.



$$I = I_0 \sin \omega t$$

$$\omega = 2\pi f$$

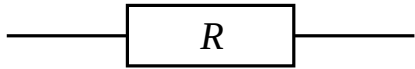
$$f = \frac{1}{T}$$

$$I_{sk} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$$

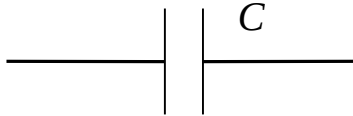
Natężenie skuteczne prądu – wartość natężenia prądu stałego, który płynąc przez ten sam opór i w tym samym czasie wykonałby taką samą pracę, co dany prąd zmienny.

Impedancja

Impedancja, opór całkowity, zawada – wielkość opisująca elementy w obwodach prądu przemiennego, pozwalająca na rozszerzenie prawa Ohma na obwody prądu przemiennego.



R - rezystancja, niezależy od częstości prądu



R_C - opór pojemnościowy, reaktancja kondensatora, pojemność

$$R_C = -\frac{1}{\omega C}$$



R_L - opór indukcyjny, reaktancja cewki, indukcyjność

$$R_L = \omega L$$

Całkowity opór obwodu RLC (zawierającego szeregowo połączony rezystor, kondensator i cewkę) wynosi:

$$Z = \sqrt{R^2 + (R_L - R_C)^2}$$

Przykłady

Zadanie 1

Przez zwojnicę o długości $l=8\text{cm}$, średnicy $d=2\text{cm}$ i $N=1000$ zwojach płynie prąd o natężeniu $I=2\text{A}$. Znajdź strumień magnetyczny przechodzący przez przekrój poprzeczny zwojnicy.

$$\begin{aligned}\Phi_B &= B \cdot S = \mu_0 \frac{N}{l} I \cdot \pi \frac{d^2}{4} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \text{Tm/A} \cdot 1000 \cdot 2\text{A} \cdot \pi \cdot 10^{-4} \text{m}^2}{0.08\text{m}} \\ &= 10^{-5} \text{Tm}^2 = 10^{-5} \text{Wb}\end{aligned}$$

Zadanie 2

Kwadratowa ramka o boku 1cm i oporze 2Ω znajduje się w polu magnetycznym o liniach prostopadłych do ograniczonej nią powierzchni. Przepływ jakiego ładunku spowoduje zmiana indukcji pola magnetycznego o 0.02T ?

$$\begin{aligned}q &= I \cdot \Delta t = \frac{\varepsilon}{R} \cdot \Delta t = \frac{\Delta \Phi_B \cdot \Delta t}{\Delta t \cdot R} = \frac{a^2 \cdot \Delta B}{R} = \frac{10^{-4} \text{m}^2 \cdot 0.02\text{T}}{2\Omega} = \\ &= 10^{-6} \frac{\text{m}^2 \cdot \frac{\text{N}}{\text{A} \cdot \text{m}}}{\text{V/A}} = 10^{-6} \text{J/V} = 10^{-6} \text{C}\end{aligned}$$

Przykłady

Zadanie 3

W jednorodnym polu magnetycznym o indukcji 0,1 T porusza się przewodnik o długości 10 cm. Prędkość ruchu przewodnika wynosi 15 m/s. i jest skierowana prostopadle do pola magnetycznego. Jaka SEM jest indukowana w przewodniku?

Dane: $B = 0,1 \text{ T}$

$l = 10 \text{ cm}$

$v = 15 \text{ m/s}$

Szukane: $\varepsilon_i = ?$

$$\begin{aligned}\varepsilon_i &= - \Delta\Phi/\Delta t = - (1 / \Delta t)(B \Delta x) = - B l v = \\ &= - 0,15 \text{ Tm}^2/\text{s} = - 0,15 \text{ kg m}^2/\text{Cs}^2 = - 0,15 \text{ J/C} = - 0,15 \text{ V}\end{aligned}$$

Odpowiedź: Indukowana SEM wynosi – 0,15 V (znak różnicy potencjałów zależy od zwrotu wektora prędkości)

Przykłady

Zadanie 4

Cewka o średnicy 10 cm i 500 zwojach znajduje się w polu magnetycznym. Jaka będzie średnia wartość SEM indukcji w tej cewce, jeśli indukcja pola magnetycznego wzrasta w ciągu 0,1 sekundy od zera do 2 T ?

Dane: $d = 10 \text{ cm}$

$$n = 500$$

$$\Delta t = 0,1 \text{ s}$$

$$\Delta B = 2 \text{ T}$$

Szukane: $\varepsilon_i = ?$

$$\text{Rozwiązanie: } \varepsilon_i = - \Delta \Phi / \Delta t = n \Delta B \pi d^2 / 4 \Delta t = 78,5 \text{ Tm}^2 / \text{s} = \\ 78,5 \text{ Wb /s} = 78,5 \text{ V}$$

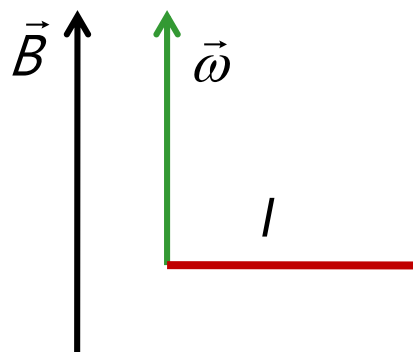
Odpowiedź: Indukowana SEM wynosi 78,5 V

Zadanie 5

Pręt o długości $l = 1$ m wiruje ze stałą prędkością kątową $\omega = 20$ rad/s w polu magnetycznym o indukcji $B = 0,5$ T. Oś obrotu przechodzi przez koniec pręta równoległe do linii sił pola magnetycznego. Znaleźć SEM indukcji wzbudzoną na końcach pręta.

Dane: $l = 1$ m
 $\omega = 20$ rad/s
 $B = 0,5$ T

Szukane: $\varepsilon_i = ?$



Rozwiązanie: Podczas każdego obrotu pręt obejmuje strumień magnetyczny równy $\Phi = B S = B \pi l^2$

Jeśli pręt wykonuje n obrotów na sekundę to $\varepsilon_i = n B \pi l^2 =$
 $= B \pi l^2 \omega / 2 \pi = B l^2 \omega / 2 = 0,5$ V

Odpowiedź: Indukowana SEM wynosi 0,5 V

Zadanie 6

Ramka o polu powierzchni 16 cm^2 wiruje w jednorodnym polu o indukcji $0,2 \text{ T}$ wykonując 2 obroty na sekundę. Oś obrotu znajduje się w płaszczyźnie ramki i jest prostopadła do linii pola magnetycznego. Znaleźć zależność strumienia magnetycznego przenikającego przez ramkę od czasu i jego maksymalną wartość.

Dane: $B = 0,2 \text{ T}$

$$S = 16 \text{ cm}^2$$

$$\nu = 2/\text{s}$$

Szukane: $\Phi(t) = ?$, $\Phi_{\max} = ?$

Strumień przez powierzchnię prostopadłą do wektora pola: $\Phi = BS \cos \vartheta$,
gdzie ϑ - kąt między normalną do płaszczyzny ramki i kierunkiem pola.

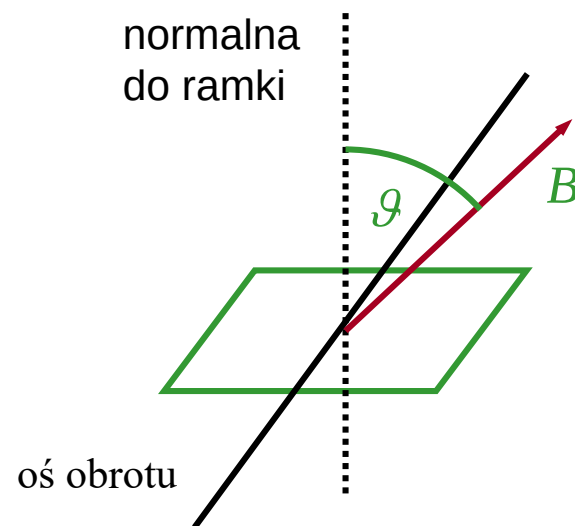
$$\vartheta = 2\pi \nu t + \vartheta_0 \quad \vartheta_0 - \text{kąt początkowy}$$

$$\Phi = BS \cos(2\pi \nu t + \vartheta_0)$$

$$\Phi_{\max} = BS \quad \text{dla } t = \vartheta_0 / 2\pi \nu + 2k\pi, \quad k = 1, 2, 3 \dots$$

$$\Phi = -BS \quad \text{dla } t = \vartheta_0 / 2\pi \nu + (2k + 1)\pi, \quad k = 1, 2, 3 \dots$$

$$\Phi_{\max} = 0,32 \cdot 10^{-4} \text{ Tm}^2 = 0,32 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$$



Zadanie 7

Ramka o polu powierzchni 150 cm^2 obraca się ruchem jednostajnym z prędkością kątową 15 rad/s w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji $0,8 \text{ T}$. Oś obrotu znajduje się w płaszczyźnie ramki i tworzy kąt 30° z kierunkiem linii pola magnetycznego. Znaleźć SEM indukcji w wirującej ramce.

Dane: $S = 150 \text{ cm}^2$

$$B = 0,8 \text{ T}$$

$$\varphi = 30^\circ$$

Szukane: $\varepsilon_i = ?$

Rozwiązanie:

$$\varepsilon_{\max} = B \cdot S \cdot \omega \sin \varphi = B \cdot S \cdot \omega \sin \varphi = 0,09 \text{ V}$$

Odpowiedź: Maksymalna indukowana SEM wynosi $0,09 \text{ V}$

Zadanie 8

Znaleźć indukcyjność cewki o 400 zwojach na długości 20 cm. Pole jej przekroju poprzecznego wynosi 9 cm^2 .

Dane: $N = 400$

$$d = 20 \text{ cm} = 0,2 \text{ m}$$

$$S = 9 \text{ cm}^2 = 9 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

Szukane: $L = ?$

Rozwiązanie:

Pole magnetyczne wewnątrz długiej cewki wynosi: $B = \mu_0 I N / d$.

Strumień magnetyczny: $\Phi = NSB = \mu_0 I S N^2 / d$

Indukcyjność cewki: $L = \Phi / I = \mu_0 S N^2 / d$

$$L = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Tm/A} \cdot 9 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot 400^2 / 0,2 \text{ m} \approx 9 \cdot 10^{-4} \text{ Tm}^2/\text{A} \approx 0,9 \text{ mH}$$

Odpowiedź: Indukcyjność cewki wynosi 0,9 mH. W przypadku umieszczenia w cewce rdzenia żelaznego (przenikalność magnetyczna $\mu = 400$) indukcyjność równa się $L_\mu = 400 \cdot L = 0,36 \text{ H}$

Zadania do samodzielnego rozwiązania

1. Okrągły zwoj druciany o polu powierzchni 100 cm^2 znajduje się w zewnętrznym polu magnetycznym o indukcji 1 T . Płaszczyzna zwoju jest prostopadła do kierunku pola magnetycznego. Jaka jest średnia wartość SEM indukcji wzbudzonej w zwoju przy włączaniu pola w ciągu $0,01 \text{ s}$? (odp: 1 V)
2. W jednorodnym polu magnetycznym o indukcji $0,5 \text{ T}$ wiruje jednostajnie cewka wykonując 5 obrotów na sekundę. Cewka ma 100 zwojów drutu a pole jej przekroju poprzecznego jest równe 80 cm^2 . Oś obrotu jest prostopadła do osi cewki i do kierunku pola magnetycznego. Znaleźć maksymalną SEM indukcji w wirującej cewce. (odp: $12,5 \text{ V}$)
3. Na cewkę o długości 20 cm i polu przekroju poprzecznego 30 cm^2 jest nawinięty zwoj druciany. Cewka ma 320 zwojów i płynie w niej prąd o natężeniu 3 A . Jaka jest średnia SEM indukowana w nasuniętym zwoju, gdy prąd w cewce zostanie wyłączony w ciągu $0,001 \text{ s}$? (odp: $2,9 \text{ V}$)
4. Uzwojenie cewki składa się z N zwojów drutu miedzianego o przekroju poprzecznym 1 mm^2 . Długość cewki to 25 cm a jego opór $0,2 \Omega$. Znaleźć indukcyjność cewki. (chyba brakuje danych)
5. Ile zwojów drutu ma jednowarstwowe uzwojenie cewki o indukcyjności $0,001 \text{ H}$ gdy średnica cewki to 4 cm a średnica drutu $0,6 \text{ mm}$? Zwoje ściśle przylegają do siebie. (odp: 3000)
6. Obwód kołowy o promieniu 2 cm i oporze 1Ω jest umieszczony w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji $0,2 \text{ T}$. Płaszczyzna obwodu jest prostopadła do kierunku pola magnetycznego. Jaki ładunek elektryczny przepłynie przez obwód podczas obrócenia go o 90° . (odp: $6,3 \cdot 10^{-4} \text{ C}$)